

## ОПЕРЕЖАЮЩЕЕ ОБУЧЕНИЕ В ПРЕПОДАВАНИИ МАТЕМАТИКИ

*Г. Г. Левитас (Астраханский государственный университет)*

Обосновывается необходимость применения опережающего обучения при формировании принципиально новой деятельности; приводятся примеры его применения в преподавании математики в 5 и 6 классах общеобразовательной школы.

*Ключевые слова:* опережающее обучение; принципиально новая деятельность; проценты; алгебраическое решение текстовых задач; графики.

Одна из главных проблем в преподавании математики — ввести ученика в систему математических понятий. Этих понятий в школьном курсе очень много, и требуется, чтобы ученик хорошо в них ориентировался, отчетливо представлял объем и содержание каждого из них.

Деятельностный подход к обучению, развитый трудами С. Л. Рубинштейна, Л. С. Выготского, А. Н. Леонтьева, П. Я. Гальперина, требует, чтобы овладение каждым новым понятием совершалось в процессе адекватной учебной деятельности ученика. При этом особенно трудно дается усвоение принципиально новой деятельности. Под этим понятием мы понимаем такую деятельность, которая нова в двух отношениях: новые объекты, с которыми приходится оперировать, и новые сами действия.

В преподавании математики необходимость обучения принципиально новой деятельности иногда вызывает весьма нежелательную реакцию учителей: бывает, что они избегают серьезного изучения понятий, которым она адекватна. Например, при изучении действий с положительными и отрицательными числами в 6 классе в последнее время учителя все чаще отказываются от работы с модулем. Правила действий они не формулируют в общем виде (что требует использования понятия «модуль»), а учат этим действиям только на примерах. Особенно часто подобное происходит в классах, работающих по программам, близким к программам начальных классов (Н. Б. Истоминой, Л. Г. Петерсон и др.). В 8 классе таким же образом дискриминируется тема «Геометрические

преобразования», упрощается преподавание темы «Векторы» и т. д.

Но даже тогда, когда учитель не упрощает программу, принципиально новая деятельность обычно оказывается недостаточно усвоенной. Дети плохо понимают проценты, плохо строят графики, плохо решают задачи с помощью уравнений, плохо знают векторы. Данные понятия требуют принципиально новой деятельности, не сводящейся к наиболее массовым алгоритмам школьного курса. Поэтому весь остальной курс математики не готовит школьника к усвоению понятий и нужны специальные усилия и особое время для их изучения. Между тем современные школьные программы не учитывают этих обстоятельств. Например, на темы «Модуль числа», «Кординатная плоскость», «Проценты», алгебраический метод решения текстовых задач приходится (по плану) по 2—3 урока.

В поисках решения обозначенной проблемы мы обратились к методу опережающего обучения, давно известному в дидактике и прекрасно используемому педагогом-новатором С. Н. Лысенковой. Именно этим методом она, например, добивается от второклассников хорошего усвоения таблицы умножения. По программе таблица умножения изучается в конце 2 класса, но педагог начинает работу над ней уже в первой четверти. Дети постепенно выучивают таблицу умножения на 2 (прибавляя число к самому себе), затем на 3 (прибавляя число к его удвоению) и т. д. Работа растягивается на целый год. В конце года, когда надо приступить к изучению таблицы умножения, дети уже знают ее наизусть.

Данный метод автором статьи применяется для изучения вышеупомянутых тем. Удобным средством осуществления опережающего обучения оказываются математические диктанты, проводимые не реже, чем на каждом втором уроке математики, и позволяющие обеспечить непрерывное повторение пройденного. Один из вопросов диктанта обязательно посвящается той теме, которая изучается методом опережающего обучения. В 5 классе — это проценты и решение текстовых задач с помощью уравнений, в 6 и 7 — графики функций, в 8 — геометрические преобразования и векторы.

Ниже дается пример проведения опережающего обучения по темам «Проценты», «Текстовые задачи» и «Графики».

### Проценты

По программе школьник должен изучать проценты как обычную тему. Ей посвящен обычный пункт учебника, на него отведено в планировании несколько часов. Отвечая на вопрос анкеты «Сколько времени нужно посвятить изучению процентов как отдельному вопросу курса?», учителя назвали срок в среднем в один месяц. Однако в нашем распоряжении этого месяца нет, и мы прибегаем к опережающему обучению.

С процентами дети знакомятся в 5 или 6 классе, в зависимости от того, в каком классе изучаются десятичные дроби. И в том и в другом случае процентами заканчивается эта тема. Мы же начнем опережающее обучение одновременно с изучением темы «Десятичные дроби», а еще лучше — с 1 сентября. Будем каждый день давать ученикам на дом по одной задаче на проценты, а на следующем уроке включать ее в диктант.

Процедуру опережающего изучения процентов можно разбить на следующие этапы:

- 1) нахождение одного процента от данной величины;
- 2) нахождение величины, один процент которой известен;

3) знакомство с обозначением % и нахождение нескольких процентов от величины;

4) нахождение величины, несколько процентов которой известны;

5) выяснение, сколько процентов составляет одна величина от другой, для случая, когда это 1 %;

6) выяснение, сколько процентов составляет одна величина от другой, для общего случая.

В результате такой работы происходит знакомство учащихся с понятием процента и со всеми тремя видами задач на проценты (нахождение процента от числа; нахождение числа по его проценту; нахождение процентного отношения двух чисел). На каждый этап приходится три однотипные задачи, так что на введение этой темы потребуется 18 (домашних) заданий.

В дальнейшем следует повторять задания указанных трех видов до того момента, когда по программе придет время теоретического изучения этой темы. Задания всех видов даются вразнобой.

Будет очень полезно, если дети заведут специальные тетради для решения задач на проценты.

Ниже приводятся первые 18 заданий на проценты.

#### *Первый этап*

1. Один процент от числа — это его сотая часть. Например, один процент от числа 700 можно найти, разделив 700 на 100. Получится 7. Число 7 — это один процент от числа 700, его сотая часть. Найдите один процент от числа 500.

2. Найдите один процент от 1 200 тонн.

3. Чему равен один процент от пути длиной 750 км?

#### *Второй этап*

4. Найдите число, 1 процент которого равен 13.

5. Найдите число, 1 процент которого равен 4,8.

6. Найдите число, 1 процент которого равен 7,53.

#### *Третий этап*

7. Процент обозначается значком %. Найдите 5 % от числа 200.



8. Найдите 8 % от числа 300.

9. Найдите 19 % от числа 40.

*Четвертый этап*

10. Найдите число, 17 % которого равны 68.

11. Найдите число, 18 % которого равны 54.

12. Найдите массу камня, если 20 % ее равны 4,5 кг.

*Пятый этап*

13. Сколько процентов составляет число 8 от числа 800? Почему?

14. Сколько процентов составляют 34 коп. от 34 руб.?

15. Сколько процентов составляет 17 см от 17 м?

*Шестой этап*

16. Сколько процентов составляет число 6 от числа 6 000?

17. Сколько процентов составляет число 0,9 от числа 360?

18. Сколько процентов составляет 1 см от 2 дм?

### Текстовые задачи

Опережающее обучение этой теме мы разбиваем на четыре этапа:

1) обучение составлению выражений по условиям задачи;

2) обучение составлению уравнений по условиям задачи;

3) обучение решению простейших уравнений;

4) полное решение задачи с помощью составления уравнений.

Методика работы с этими заданиями та же, что и по предыдущей теме, однако эта работа рассчитана на целый год. Место ей — в 6 классе. Приведем примеры первых 5 задач каждого этапа.

*Первый этап*

1. Ботинки на 2 000 руб. дороже шляпы. Цену шляпы в рублях обозначили буквой  $x$ . Выразите через  $x$  цену ботинок. Сделайте рисунок<sup>1</sup>.

2. Скорость велосипедиста в 2 раза больше скорости пешехода. Скорость пешехода обозначили буквой  $x$ . Выразите через  $x$  скорость велосипедиста. Сделайте рисунок.

3. Одно число в 4 раза больше другого. Меньшее из этих чисел обозначили буквой  $y$ . Выразите через  $y$  большее число. Сделайте рисунок.

4. В первой бригаде на 3 человека больше, чем во второй. Число людей в первой бригаде обозначили буквой  $x$ . Выразите через  $x$  число людей во второй бригаде. Сделайте рисунок.

5. Рабочий Иванов делает за смену на 10 деталей больше, чем рабочий Петров. Сменную выработку Иванова обозначили через  $x$ . Выразите через  $x$  сменную выработку Петрова. Сделайте рисунок.

*Второй этап*

1. Составьте уравнение по условию: если к числу  $x$  прибавить 45, то получится 184.

2. Составьте уравнение по условию: если от числа  $x$  отнять 3,8, то получится 6,9.

3. Составьте уравнение по условию: если от числа  $x$  отнять 3,8, то получится 0.

4. Составьте уравнение, зная, что произведение числа  $x$  и числа 16 равно 0,48.

5. Составьте уравнение, зная, что если уменьшить число  $y$  в 10 раз, то получится 12.

*Третий этап*

1. Решите уравнение  $x + 5 = 2x$ .

2. Решите уравнение  $2x - 9 = x$ .

3. Решите уравнение  $(3x - 2) \cdot 4 = 12$ .

4. Решите уравнение  $(4x - 5) : 3 = 12$ .

5. Решите уравнение  $26 : (20x - 7) = 2$ .

*Четвертый этап*

1. Составьте и решите уравнение, зная, что скорость вертолета  $x$  км/ч и что она в 5 раз меньше скорости самолета, равной 900 км/ч.

2. Составьте уравнение по следующим данным. У Коли  $x$  французских марок, а английских марок втрое больше. Английских марок у Коли на 244 штуки больше, чем французских. Решите это уравнение.

3. Решите задачу с помощью уравнения. Какое число надо прибавить к числу 4,56, чтобы получилось 8?

4. Решите задачу с помощью уравнения. Какое число нужно умножить на 5, чтобы получилось 4,36?

5. Решите задачу с помощью уравнения. Какое число надо разделить на 6,8, чтобы получилось число 2?

<sup>1</sup> Разумеется, рисовать нужно не ботинки и шляпу, а два отрезка, один под другим, разной длины. Около длинного отрезка нужно написать «Ботинки», около короткого — «Шляпа». Под выступающей частью длинного отрезка нужно написать «2000». Это относится и к остальным рисункам.

## Графики

В 7 классе изучается одно из самых сложных понятий в школьной математике — понятие «функция». Для обеспечения доступности обучения необходима наглядность. Естественным средством наглядности при изучении любой функции является ее график. Однако для того, чтобы использовать график как средство наглядности при изучении функции, требуется важное условие: график должен появиться и стать привычным для школьника до изучения функции. В традиционном преподавании все обстоит иначе. Если посмотреть на планирование, то можно убедиться, что первое представление о графике функции ученик получает примерно за одну-две недели до того, как приступает к изучению линейной функции. Понятно, что к началу изучения этой функции ученики не успевают усвоить язык графиков. График не служит средством наглядности, а является дополнительным (и весьма трудным!) объектом изучения.

Выход из такого положения мы находим в опережающем обучении. Начинать его нужно в 6 классе, как только удастся ввести прямоугольную систему координат. А это можно сделать сразу после введения понятия числовой прямой. В учебнике Н. Я. Виленкина для 6 класса координатная плоскость появляется в самом конце учебного года. Это не дает возможности построить опережающее обучение графикам. Предлагаем перевести тему «Координатная плоскость» в самое начало изучения положительных и отрицательных чисел.

Рассказав о том, как строится координатная плоскость, дадим задание на дом: построить как можно больше точек, у каждой из которых ордината равна абсциссе, т. е.  $y = x$ ; построение осуществить на целой тетрадной странице, приняв за единицу масштаба 1 см (две клетки).

На следующем уроке, обходя класс, проверяем решение этой задачи и вызываем к доске того ученика, кто справился с работой хуже всех (но какие-то точки все же построил). Мы беседуем с ним

у доски, находим еще несколько точек. Затем вызываем учеников для дополнений. Нередко бывает, что один из учеников предлагает построить прямую через эти точки. Либо он, либо учитель в конце обсуждения должен провести прямую на доске и попросить учащихся сделать это в своих тетрадях.

Затем учитель объявляет, что такие чертежи называются графиками и что теперь графики будут задаваться на дом каждый день. Выполнять их надо в специальной тетради в клетку «Для графиков». График чертится на одной стороне листа, а на обороте осуществляется исправление ошибок. Единичный отрезок всегда составляет 2 клетки.

На перемене перед очередным уроком математики один из учеников чертит на доске график, заданный на дом, а в начале урока учитель проверяет работу обходом класса.

Графики на дом сначала задаются в той же форме: построить как можно больше точек, у которых... Задания соответствуют изучаемым темам: противоположные числа, модуль, сложение и вычитание положительных и отрицательных чисел, их умножение, деление.

Каждый график строится по точкам, через которые затем проводится прямая, ломаная либо кривая, сообразуясь со здравым смыслом. Образцом для сравнения служит график на доске.

Такая методика обучения построению графиков была предложена автором статьи еще в 1972 г. и с тех пор опробована в опыте многих учителей. Все они подчеркивают, что учащиеся, прошедшие через эту работу в 6 классе, уверенно строят графики в 7—11 классах.

Приведем возможные задания по этой теме.

1. Заведите тонкую тетрадь для графиков. На первой странице начертите прямоугольную систему координат с единичными отрезками в 2 клетки (1 см) и постройте как можно больше точек с одинаковыми ординатой и абсциссой ( $y = x$ ).

2. Постройте как можно больше точек, у которых абсцисса равна 0 ( $y = 0$ ).



3. Постройте как можно больше точек, у которых координаты — противоположные числа ( $y = -x$ ).

4. Постройте как можно больше точек, у которых абсцисса противоположна числу 3 ( $x = -3$ ).

5. Постройте как можно больше точек, у которых ордината противоположна числу  $-3$  ( $y = -(-3)$ ).

6. Постройте как можно больше точек, у которых абсцисса равна модулю числа  $-2$  ( $x = |-2|$ ).

7. Постройте как можно больше точек, у которых ордината равна модулю абсциссы ( $y = |x|$ ).

8. Постройте как можно больше точек, у которых ордината на две единицы больше абсциссы ( $y = x + 2$ ).

**Внимание!** Далее задания на построение графиков даются уже в обычной форме: Постройте график.

9.  $y = x + 3$ .    10.  $y = x + (-2)$ .    11.  $y = x + (-3)$ .

12.  $y = 2 + x$ .    13.  $y = 3 + x$ .    14.  $y = |x| + 2$ .

15.  $y = |x + 2|$ .    16.  $y = -x + 2$ .    17.  $y = -x + 3$ .

18.  $y = |-x|$ .    19.  $y = -|x| + 2$ .    20.  $y = x - 2$ .

21.  $y = x - 1$ .    22.  $y = |x| - 4$ .    23.  $y = 2x$ .

24.  $y = -3x$ .    25.  $y = x^2$  (то есть  $y = x \cdot x$ ).

26.  $y = \frac{x}{2}$ .    27.  $y = -\frac{x}{3}$ .    28.  $y = \frac{12}{x}$ .